pに従う確率変数 X_i をパラメータとして定まる関数の期待値を計算する。

$$\mathbb{E}[f(X_1, X_2, \cdots, X_n)] = \int_\Omega f(x_1, x_2, \cdots, x_n) p(x_1, x_2, \cdots, x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n$$

確率変数は，X_iという値として決まってはいるが，期待値を計算する積分の中では x_iという**積分変数**として動くようになることがポイ

Ex．モンテカルロ積分
モンテカルロ積分の期待値はもとの積分に一致する。

$$I_n := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{f(x_i)}{p(x_i)}$$

$$\mathbb{E}[I_n] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \int_\Omega \frac{f(x)}{p(x)} p(x) dx = \int_\Omega f(x) dx = I$$

Ex．ニューラルネット
他の独立変数を含んだ例（積分変換）。

$$g_n(\mathbf{x}) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} c(\mathbf{a}_i, b_i) \phi(\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{x} - b_i)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[g_n(\mathbf{x})] &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \int_\Omega c(\mathbf{a}, b) \phi(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} - b) p(\mathbf{a}, b) d\mathbf{a} db \\ &= \int_\Omega c(\mathbf{a}, b) \phi(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} - b) p(\mathbf{a}, b) d\mathbf{a} db = f(\mathbf{x}) \end{aligned}$$